Aulas 20 e 21

Gravitação

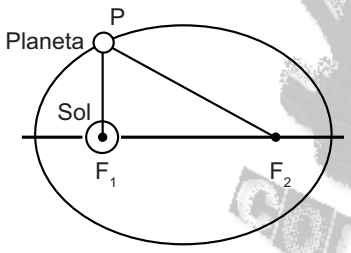
Foram séculos de observações e estudos sobre as leis que explicam os movimentos dos planetas. Esse estudo começou com os filósofos da Grécia Antiga e teve sequência com o último astrônomo grego da Antiguidade, Cláudio Ptolomeu, que propôs um sistema planetário geocêntrico, que colocava a Terra como o centro do Universo (final do século II d.C.), sistema aceito durante muitos séculos.

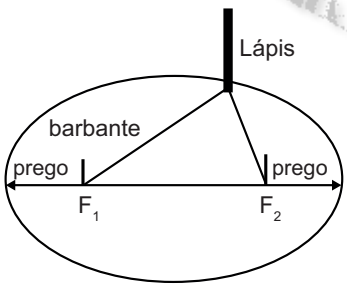
No século XV, o astrônomo polonês Nicolau Copérnico propôs o sistema heliocêntrico, em que o Sol ocupava o centro do Universo e as órbitas dos planetas ao seu redor eram circulares. Galileu Galilei (1564-1642) defendeu e aprimorou o Sistema de Copérnico através da utilização de novos instrumentos ópticos e observações astronômicas.

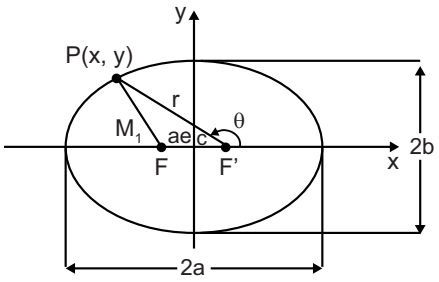
Porém, foi o astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630) que, baseado nas inúmeras e minuciosas observações astronômicas de Tycho Brahe (1546-1601), esclareceu de forma definitiva e correta o movimento dos planetas ao redor do Sol através de três leis conhecidas como **leis de Kepler**.

Primeira Lei de Kepler (lei das órbitas)

"As órbitas que os planetas descrevem ao redor do Sol são elípticas, com o Sol ocupando um dos focos da elipse."



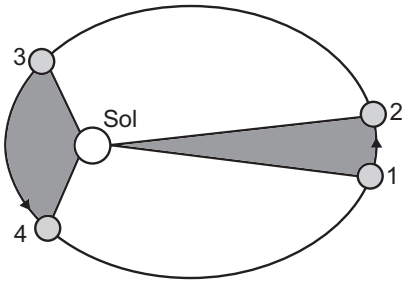




Numa elipse (figura anterior), para qualquer posição do ponto P a soma das distâncias FP com PF' é sempre a mesma.

Segunda Lei de Kepler (lei das áreas)

"O segmento de reta imaginária que une o centro do Sol ao centro do planeta descreve áreas proporcionais aos termos gastos para percorrê-las."



Sejam:

$A_1 \rightarrow$ área entre 1, 2 e o Sol

$A_2 \rightarrow$ área entre 3, 4 e o Sol

$\Delta t_1 \rightarrow$ tempo que o planeta demora para ir de 1 a 2

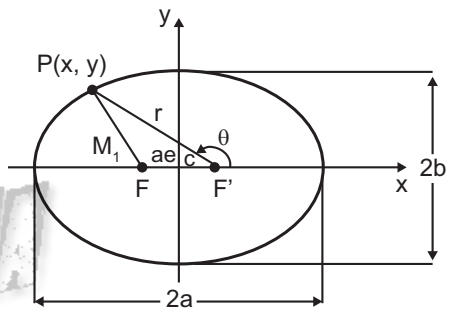
$\Delta t_2 \rightarrow$ tempo que o planeta demora para ir de 3 a 4

Portanto, os planetas aceleram do afélio para o periélio e retardam do periélio para o afélio.

Terceira Lei de Kepler (lei dos períodos)

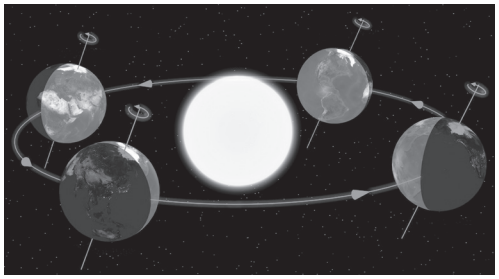
"Os quadrados dos períodos T de revolução dos planetas (tempo que demora para efetuar uma volta completa em torno do Sol) são proporcionais aos cubos das suas distâncias médias R ao Sol."

$$\frac{T^2}{R^3} = \text{constante} = K$$



O raio médio R da órbita de um planeta corresponde à média aritmética entre a distância do Sol ao afélio e a distância do Sol ao periélio. Observe que esse valor é o mesmo que a medida do semi-eixo maior da elipse, que na figura acima seria **a**.

O verão não ocorre quando a Terra está no periélio e nem o inverno quando ela está no afélio. As estações ocorrem devido ao fato de áreas da Terra, devido à inclinação da mesma, receberem mais ou menos luz do Sol durante seu movimento de translação.

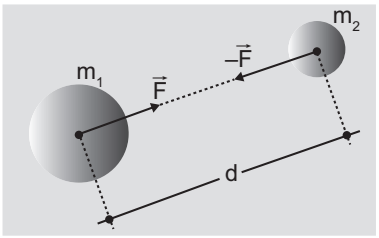


Lei da Gravitação Universal

Após minucioso estudo das leis de Kepler, Newton concluiu que toda dinâmica do sistema solar era devido a forças de interação entre todos os elementos que compunham (Sol, planetas, satélites dos planetas etc) e que eram essas forças que mantinham os planetas em órbitas. Denominou-as de forças gravitacionais e enunciou a Lei de Gravitação Universal.

"Matéria atrai matéria com forças cujas intensidades são diretamente proporcionais ao produto de suas massas e inversamente proporcionais ao quadrado da distância que os separa."

$$F = G\frac{M \cdot m}{r^2}$$



Onde:

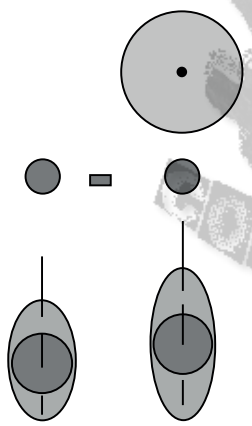
F → intensidade da força gravitacional (N)

M e **m** → massa dos corpos que se atraem (kg)

r → distância entre o centro dos dois corpos (m)

G → constante de gravitação universal (Nm^2/kg^2)

As marés (movimentos de fluxos e refluxos da água dos mares) ocorrem devido à força de atração que a Lua e, secundariamente o Sol, exercem sobre os oceanos.

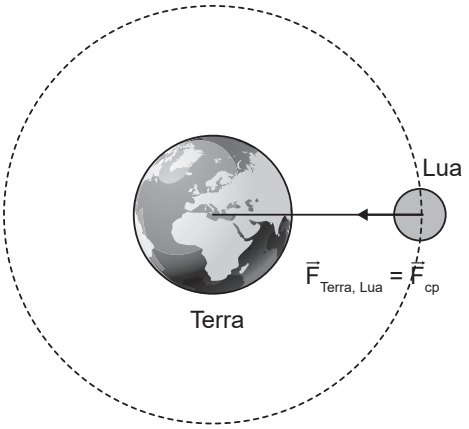


A amplitude das marés será máxima quando Sol e Lua estiverem alinhados em relação à Terra (Lua Cheia e Lua Nova) e durante um intervalo de tempo de 24 horas ocorrem duas marés altas e duas marés baixas.

Satélites em órbitas circulares

Satélite – Qualquer objeto que gira em torno de um planeta em órbita circular ou elíptica.

Se considerarmos a órbita como circular (figura abaixo), sendo M a massa da Terra, **m** a massa da Lua, V a velocidade de translação da Lua e **r** a distância entre o centro da Terra e o centro da Lua, a intensidade da força de atração gravitacional entre a Terra e a Lua, que atua na Lua, é a força resultante centrípeta necessária para manter a Lua em órbita, ou seja:



$$F_{Terra-Lua} = F_{cp} \Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = \frac{mV^2}{r} \Rightarrow V^2 = \frac{GM}{r} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$V = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$ **V** = velocidade orbital do satélite

O período e a velocidade de translação do satélite não dependem de sua massa **m**, dependendo apenas da massa M do corpo central e de sua distância **r** ao centro do mesmo.

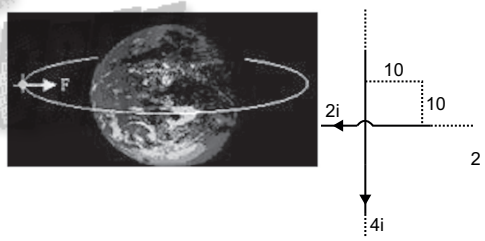
Quanto mais afastado o satélite estiver do planeta, maior será o seu período.

Por meio de cálculos que fogem ao nível do Ensino Médio, podemos demonstrar que a energia potencial gravitacional do satélite, adotando-se o referencial no infinito, é dada por:

$$E_P = -\frac{GMm}{r}$$

O sinal negativo significa que em todos os pontos de sua órbita a E_P do satélite é menor do que no infinito.

Satélites geoestacionários ou geosincrônicos (sincronizados com o movimento de rotação da Terra). A maioria dos satélites de telecomunicações são satélites geoestacionários, pois se encontram parados em relação a um ponto fixo sobre a Terra.

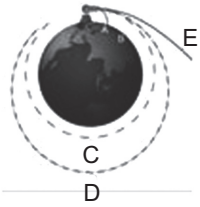


Seu período é o mesmo que o da Terra (24h), o raio de sua órbita é de, aproximadamente 36 000 km, tem a mesma velocidade angular (W) que a Terra e se encontram em órbitas sobre a linha do equador.

Acima da altura aproximada de 36 000 km, o período do satélite aumenta, e abaixo desse valor, diminui.

Velocidade de escape

Para colocar um objeto em órbita ao redor da Terra, como fazemos com os satélites artificiais, a partir de sua superfície da Terra, devemos lançá-lo com uma velocidade mínima, que denominamos **velocidade de escape V_e**.



Essa velocidade mínima (V_e) deve ser a velocidade necessária para que um objeto, sem propulsão própria, saia da superfície da Terra e chegue no infinito com velocidade zero.

Assim, considerando:

G → constante gravitacional.

M → massa da Terra.

M → massa do objeto a ser lançado com velocidade V_e e que vai escapar do campo gravitacional.

r = R → distância entre o centro do planeta (Terra) e o ponto no qual a velocidade de escape está sendo calculada (superfície da Terra).

Energia mecânica na superfície da Terra de raio R

Energia potencial gravitacional → $E_P = -\frac{GMm}{r} \rightarrow E_P = -\frac{GMm}{R}$

Energia cinética → $E_C = \frac{mV_e^2}{2}$

$E_{MT} = E_C + E_P \rightarrow E_{MT} = \frac{mV_e^2}{2} - \frac{GMn}{R}$

Energia mecânica no infinito

Energia potencial gravitacional → $E_P = -\frac{GMm}{R} \rightarrow E_P = 0$

Energia cinética → $E_C = -\frac{mV^2}{2} \rightarrow E_C = 0$

Energia mecânica → $E_M = 0$

Pelo Princípio da Conservação da Energia Mecânica → $\rightarrow E_{MT} = E_{M?}$

$$\frac{mV_e^2}{2} - \frac{GMm}{R} = 0 \rightarrow V_e = \frac{\sqrt{2GM}}{R}$$

$$V_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}}$$

Exercícios de Fixação

01. (AFA) A respeito de um satélite artificial estacionário em órbita sobre um ponto do equador terrestre, afirma-se que

I. a força que a Terra exerce sobre ele é a resultante centrípeta necessária para mantê-lo em órbita;
II. o seu período de translação é 24 horas;
III. os objetos soltos em seu interior ficam flutuando devido à ausência da gravidade.

Está(ão) correta(s)

A) apenas I.
B) apenas II e III.
C) apenas I e II.
D) I, II e III.

02. (AFA) Um satélite, cujo raio da órbita vale R, depois de R gira ao redor da Terra com velocidade angular constante ω. Por necessidade técnica será feito um ajuste na trajetória que dobrará o raio orbital desse satélite, fazendo-o girar com uma nova velocidade angular constante ω'. A razão ω / ω' vale

A) $2\sqrt{2}$
B) $\sqrt{2}/2$
C) 2
D) 1/2

03. (AFA) A tabela a seguir resume alguns dados sobre dois satélites de Júpiter.

Nome	Diâmetro aproximado (km)	Raio médio da órbita em relação ao centro de Júpiter (km)
Io	$3{,}64 \cdot 10^3$	$4{,}20 \cdot 10^5$
Europa	$3{,}14 \cdot 10^3$	$6{,}72 \cdot 10^5$

Sabendo-se que o período orbital de Io é de aproximadamente 1,8 dia terrestre, pode-se afirmar que o período orbital de Europa expresso em dia(s) terrestre(s) é um valor mais próximo de

A) 0,90
B) 1,50
C) 3,60
D) 7,20
D) 10^5
E) 10^{10}

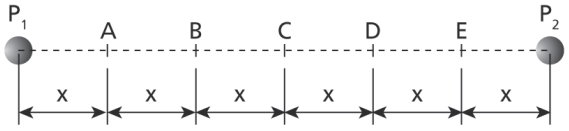
04. (Olimpíada Brasileira de Física) Considere que a órbita da Terra em torno do Sol seja circular e que esse movimento possua período **T**. Sendo **t** o tempo médio que a luz do Sol leva para chegar à Terra e **c** o módulo da velocidade da luz no vácuo, o valor estimado da massa do Sol é

A) $\frac{G}{4\pi^2}\frac{(ct)^3}{T^2}$.
B) $\frac{4\pi^2}{G}\frac{(ct)^3}{T^2}$.
C) $\frac{G}{4\pi^2}\frac{(cT)^3}{t^2}$.
D) $\frac{4\pi^2}{G}\frac{(cT)^3}{t^2}$.
E) $\frac{G}{4\pi^2}\frac{(ct)^2}{T^3}$.

05. (Fuvest-SP) Se fosse possível colocar um satélite em órbita rasante em torno da Terra, o seu período seria **T**. Sendo **G** a Constante de Gravitação Universal, expresse a massa específica média (densidade média) da Terra em função de **T** e **G**.

Exercícios Propostos

01. Na situação esquematizada na figura, os corpos P_1 e P_2 estão fixos nas posições indicadas e suas massas valem 8M e 2M, respectivamente.



Deve-se fixar no segmento que une P_1 e P_2 um terceiro corpo P_3, de massa M, de modo que a força resultante das ações gravitacionais dos dois primeiros sobre este último seja nula. Em que posição deve-se fixar P_3?

A) A
B) B
C) C
D) D
E) E

02. Um satélite de massa **m** descreve uma órbita circular de raio R em torno de um planeta de massa M. Sendo G a Constante da Gravitação, responda:

A) Qual a velocidade angular ω do satélite?
B) O valor de ω depende de **m**?

03. (UEL-PR) O planeta Vênus descreve uma trajetória praticamente circular de raio $1,0 \cdot 10^{11}$ m ao redor do Sol. Sendo a massa de Vênus a $5,0 \cdot 10^{24}$ kg e seu período de translação 224,7 dias ($2,0 \cdot 10^7$ segundos), pode-se afirmar que a força exercida pelo Sol sobre Vênus é, em newtons, aproximadamente,

A) $5,0 \cdot 10^{22}$
B) $5,0 \cdot 10^{20}$
C) $2,5 \cdot 10^{15}$
D) $5,0 \cdot 10^{13}$
E) $2,5 \cdot 10^{11}$

04. Sabemos que a Constante da Gravitação vale, aproximadamente, $6,7 \cdot 10^{-11}$ N $\cdot$ m^2/kg^2. Nessas condições, qual é a ordem de grandeza, em newtons, da força de atração gravitacional entre dois navios de 200 toneladas de massa cada um, separados por uma distância de 1,0 km?

A) 10^{-11}
B) 10^{-6}
C) 10^{-1}
D) 10^{5}
E) 10^{10}

05.

"NASA quer construir base espacial próxima à Lua"

Embora a construção da Estação Espacial Internacional (EEI) ainda esteja longe de acabar, a NASA está fazendo de tudo para deixar claro que seu programa espacial tripulado não para por aí. Durante o Congresso Espacial Mundial, que começou na última quinta-feira e vai até sábado, em Houston, EUA, a agência espacial norte-americana apresentou o próximo item em sua lista de prioridades aeronáuticas: uma nova base no espaço. (...)

A base, apelidada de L_1, Gateway, ficaria mais de 800 vezes mais distante da Terra que a EEI. Sua localização seria no primeiro dos cinco pontos de Lagrange do sistema Terra-Lua (daí o "L_1" do nome). O ponto de Lagrange, nesse caso, é um local do espaço em que as gravidades da Terra e da Lua se compensam, fazendo com que um objeto ali colocado fique mais ou menos no mesmo lugar (com relação à Terra e à Lua) o tempo todo. (...)"

Folha de S. Paulo, 15/10/02.

Considere que a massa da Terra seja cerca de 81 vezes a massa da Lua. Sendo D a distância entre os centros de massa desses dois corpos celestes, a distância **d** entre o local designado para a base L_1 *Gateway* e o centro da Terra deve corresponder a que porcentagem de D?

06. Considere um satélite estacionário de massa $m = 3,5 \cdot 10^2$ kg descrevendo uma órbita circular de centro coincidente com o centro da Terra, admitida esférica, com raio $R = 6,4 \cdot 10^6$ m. Supondo conhecidas a massa do planeta ($M = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg) e a Constante da Gravitação ($G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ N m^2/kg^2), calcule

A) a que altura em relação ao solo terrestre, em km, encontra-se o satélite;
B) a intensidade da sua velocidade de translação ao longo da órbita em km/s.

07. Pretende-se colocar um satélite em órbita circular em torno da Terra, a uma altitude de 270 km acima da superfície terrestre. Sendo conhecidas a Constante da Gravitação ($G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ N m^2/kg^2), a massa da Terra ($M = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg) e o raio do planeta ($R = 6,4 \cdot 10^6$ m), determine:

A) a intensidade da velocidade linear que o satélite manterá ao longo da órbita;
B) o período de revolução do satélite.

08. (UFRJ) A tabela a seguir ilustra uma das leis do movimento dos planetas: a razão entre o cubo da distância média D de um planeta ao Sol e o quadrado do seu período de revolução T em torno do Sol é constante (3ª Lei de Kepler). O período é medido em anos e a distância em unidades astronômicas (UA). A unidade astronômica é igual à distância média entre o Sol e a Terra. Suponha que o Sol esteja no centro comum das órbitas circulares dos planetas.

Planeta	Mercúrio	Vênus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno
T^2	0,058	0,378	1,00	3,5	141	868
D^3	0,058	0,378	1,00	3,5	141	868

Um astrônomo amador supõe ter descoberto um novo planeta no Sistema Solar e o batiza como planeta X. O período estimado do planeta X é de 125 anos. Calcule:

A) a distância do planeta X ao Sol em UA;
B) a razão entre o módulo da velocidade orbital do planeta X e o módulo da velocidade orbital da Terra.

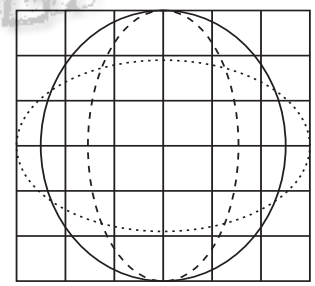
09. (Fuvest-SP) Um anel de Saturno é constituído por partículas girando em torno do planeta em órbitas circulares.

A) Em função da massa M do planeta, da constante de gravitação universal G e do raio de órbita **r**, calcular a intensidade da velocidade orbital de uma partícula do anel.
B) Sejam R_i o raio interno e R_e o raio externo do anel. Qual a razão entre as velocidades angulares ω_i e ω_e de duas partículas, uma da borda interna e outra da borda externa do anel?

10. Sabe-se que a massa da Terra é cerca de 81 vezes a massa da Lua e que o raio da Terra é aproximadamente 3,7 vezes o da Lua. Desprezando os efeitos ligados à rotação, calcule o módulo da aceleração da gravidade na superfície da Lua ($\mathbf{g_L}$) em função do módulo da aceleração da gravidade na superfície da Terrra ($\mathbf{g_T}$).

11. Admita que, na superfície terrestre, desprezando os efeitos ligados à rotação do planeta, a aceleração da gravidade tenha intensidade 10 m/s^2. Sendo o raio da Terra aproximadamente igual a 6400 km, a que altitude a aceleração da gravidade terá intensidade 0,40 m/s^2?

12. (Efoa-MG) As órbitas de três satélites estão representadas no gráfico a seguir, na mesma escala.



..... Satélite 1
- - - - - - - Satélite 2
——— Satélite 3

Podemos afirmar que

A) os três satélites têm o mesmo período.
B) o satélite 3 tem o menor período.
C) os satélites 1 e 2 têm os menores períodos.
D) os satélites 1 e 2 têm os maiores períodos.
E) o satélite 3 tem o maior período.

13. (Uneb-BA) O planeta Netuno tem massa aproximadamente 18 vezes maior que a da Terra, e sua distância ao Sol é aproximadamente 30 vezes maior que a da Terra ao Sol. Se o valor da força de atração gravitacional entre o Sol e a Terra é F, a força de atração gravitacional entre o Sol e Netuno é:

A) 0,02 F
B) 0,60 F
C) 1,67 F
D) 18 F
E) 30 F

14. (UFMT) Um astronauta, cuja nave está pousada em um planeta distante, deve voltar à Terra. Entretanto, a nave possui pouco combustível. Para voltar, necessita cohecer a massa do planeta para saber se a nave terá empuxo suficiente a fim de vencer a força gravitacional e retornar. Para determinar a massa do planeta, usou um pêndulo simples de um metro de comprimento e verificou que o período de oscilação era de dois segundos. A massa do planeta, aproximadamente, é:

Dados: raio do planeta = $4,0 \times 10^6$ m; ii) G= $6,7 \times 10^{-11}$ m^3/s^2 kg; iii) $\pi = 3,1$).

A) $6,0 \times 10^{24}$ kg
B) $2,3 \times 10^{24}$ kg
C) $5,5 \times 10^{24}$ kg
D) $4,2 \times 10^{24}$ kg
E) $7,2 \times 10^{24}$ kg

15. (UFAM) Dois satélites artificiais A e B, em órbita circular, distam respectivamente R_A = 3/2R e R_B = 4/3R do centro da Terra, conforme mostra a figura. Sendo ***g*** aceleração da gravidade na superfície terrestre e *R* o raio da Terra, a aceleração da gravidade nas órbitas A e B valem, respectivamente:

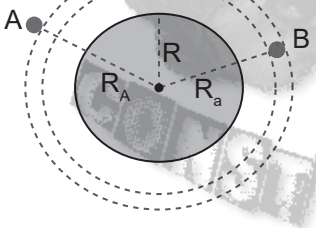
A) $\frac{3}{2}g$ e $\frac{4}{3}g$

B) $\frac{4}{9}g$ e $\frac{3}{2}g$

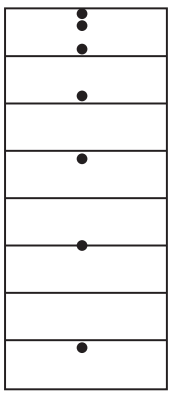
C) $\frac{4}{9}g$ e $\frac{9}{16}g$

D) $\frac{4}{3}g$ e $\frac{2}{3}g$

E) $\frac{9}{16}g$ e $\frac{4}{9}g$



16. (Faap-SP) Em um planeta, um astronauta faz o seguinte experimento: abandona uma bola na frente de uma tela vertical, que possui marcadas linhas horizontais, separadas por 50 cm; simultaneamente, é acionada uma máquina fotográfica de *flash*-múltiplo, sendo o intervalo entre os *flashes* de 0,10 s. A partir da fotografia da queda da bola, indicada na figura, o astronauta calcula a razão entre a massa do planeta e a da Terra, pois ele sabe que o raio do planeta é o triplo do terrestre. Qual é o valor encontrado?



Dado: aceleração da gravidade na Terra = 10 m/s^2

17. (Olimpíada Brasileira de Física) Em seu trabalho sobre gravitação universal, Newton demonstrou que uma distribuição esférica homogênea de massa surte o mesmo efeito que uma massa concentrada no centro da distribuição. Se no centro da Terra fosse recortado um espaço oco esférico com metade do raio da Terra, o módulo da aceleração da gravidade na superfície terrestre dominuiria para (**g** é o módulo da aceleração da gravidade na superfície terrestre sem a cavidade):

A) $\frac{3}{8}g$.

B) $\frac{1}{2}g$.

C) $\frac{5}{8}g$.

D) $\frac{3}{4}g$.

E) $\frac{7}{8}g$.

18. (UF-PA) Um planeta tem massa igual ao triplo da massa da Terra e seu raio é o dobro do raio terrestre. Nessas condições, afirma-se que a aceleração da gravidade em sua superfície, em relação à aceleração da gravidade na superfície da Terra (*g*), é de:

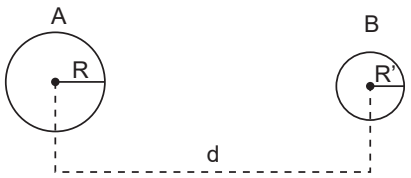
A) 3g
B) g
C) $\frac{3g}{2}$
D) $\frac{3g}{4}$
E) $\frac{3g}{8}$

19. (EsPCEx) Na superfície da Terra, considerada uma esfera perfeita de raio igual a 6.400 km, a aceleração da gravidade é igual a ***g***. Essa aceleração da gravidade ficará reduzida a *g*/9 a uma altura, a partir do solo, igual a

A) 9.600 km.
B) 12.800 km.
C) 16.000 km.
D) 19.200 km.
E) 22.400 km.

20. (EsPCEx) A distância entre os centros de duas esferas A e B é igual a **d**, conforme indica a figura a seguir. A esfera A tem massa M, e raio R e a esfera B tem massa M' e raio R'. Sabendo que a constante da gravitação universal vale G, podemos afirmar que o módulo da aceleração gravitacional produzido pela esfera A no centro da esfera B, depende somente das seguintes grandezas:

A) M, d e G
B) M', G e R
C) R, R', d e M
D) M', G, R e R'
E) d, M, M' e G



21. (EsPCEx) Em órbita estacionará em volta da Terra, um satélite tem um peso P devido à aceleração da gravidade terrestre. De acordo com o princípio de ação e reação de Newton, a reação ao peso P é uma força que

Dado: despreze a ação de todos os outros corpos celestes.

A) atrai o satélite para o centro da trajetória.
B) equilibra o peso P.
C) o satélite exerce sobre a Terra.
D) não deixa o satélite mudar de órbita.
E) tem intensidade menor que o peso P.

22. (EsPCEx) O campo gravitacional da Terra, em determinado ponto do espaço, imprime a um objeto de massa de 1 kg a aceleração de 5 m/s². A aceleração que esse campo imprime a um outro objeto de massa de 3 kg, nesse mesmo ponto, é de:

A) 0,6 m/s²
B) 1 m/s²
C) 3 m/s²
D) 5 m/s²
E) 15 m/s²

23. (EFOMM) Sabendo que a razão entre as massas do Sol e da Terra é de 329390 e que a distância média entre eles é de 149×10^6 km, a velocidade média de translação da Terra em volta do Sol, em km/h é de, aproximadamente:

Dados: constante de gravitação universal
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N.m²/kg²
massa da Terra = $5{,}983 \times 10^{24}$ kg

A) 97241
B) 106927
C) 119721
D) 125643
E) 133241

24. (EFOMM) Suponha dois pequenos satélites, S_1 e S_2, girando em torno do equador terrestre em órbitas circulares distintas, tal que a razão entre os respectivos raios orbitais, r_1 e r_2, seja $r_2/r_1 = 4$. A razão T_2/T_1, entre os períodos orbitais dos dois satélites é

A) 1
B) 2
C) 4
D) 8
E) 10

25. (EFOMM) Dois satélites A e B descrevem uma órbita circular em torno da Terra. As massas e os raios são, respectivamente, $m_A = m$ e $m_B = 3m$, $R_A = R$ e $R_B = 3R$. Considere as afirmativas seguintes.

I. A velocidade do satélite B é menor do que a velocidade do satélite A por possuir maior massa;
II. A energia cinética do satélite A é menor do que a do satélite B;
III. Considere a razão T^2/r^3, onde T é o período e **r** é um raio de uma órbita qualquer. O resultado da razão para o satélite A será diferente do resultado para o satélite B;
IV. A energia potencial entre o satélite A e a Terra é igual a menos o dobro da sua energia cinética. O mesmo vale para o satélite B.

Com relação a essas afirmativas, conclui-se que

A) apenas a IV é verdadeira.
B) apenas a III é falsa.
C) I e IV são falsas.
D) I e III são verdadeiras.
E) apenas a II é verdadeira.

Gabarito

Exercícios de Fixação

Aulas 20 e 21: Gravitação Universal Leis de Kepler				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
C	A	C	B	*

***05:** $\frac{3\pi}{GT^2}$

Exercícios Propostos

Aulas 20 e 21: Gravitação Universal Leis de Kepler				
1	**2**	**3**	**4**	**5**
D	*	A	B	*
6	**7**	**8**	**9**	**10**
*	*	*	*	*
11	**12**	**13**	**14**	**15**
*	A	A	B	C
16	**17**	**18**	**19**	**20**
*	E	D	B	A
21	**22**	**23**	**24**	**25**
C	D	B	D	A

02: A) $\omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$

B) O valor de ω **independente** de **m**.
Nota: Satélites diferentes percorrendo uma mesma órbita circular não colidem entre si, já que suas velocidades angulares são iguais.

05: 90% da distância de D.

06: A) $h \simeq 36 \cdot 10^3$ km
B) $v \simeq 3{,}1$ km/s

07: A) $v \simeq 7{,}8 \cdot 10^3$ m/s = 7,8 km/s
B) 89 min 33 s

08: A) 25 UA;
B) $\frac{1}{5}$

09: A) $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

B) $\frac{\omega_i}{\omega_e} = \left(\frac{R_e}{R_i}\right)^{\frac{3}{2}}$

10: $\frac{g_L}{g_T} = \frac{M_L}{M_T}\left(\frac{R_T}{R_L}\right)^2$ ou $gL = \left(\frac{1369}{8100}\right)gT$ ou $gL \approx 0{,}17\ gT$

11: 25 600 km

16: A razão entre a massa do planeta e a da Terra é 18.

Resolução

Exercícios de Fixação

01.

I. **Verdadeiro**. Para que o satélite fique em órbia, é necessário que haja uma resultante centrípeta atuando nele. Perceba que existe apenas uma força atuando no satélite, que é a força gravitacional que a Terra exerce sobre ele. Portanto, é possível concluir que essa força é a resultante centrípeta necessária para manter o satélite em órbita.

II. **Verdadeiro**. De acordo com o enunciado, o satélite é estacionário sobre um ponto do Equador terrestre, ou seja, o satélite estará sempre em cima desse ponto. Para que isso seja possível, o satélite deve acompanhar o ponto durante a translação dele. Perceba que o período de translação do ponto é 24 horas, portanto, para que o satélite acompanhe esse ponto, é necessário que a translação dele também tenha um período de 24 horas.

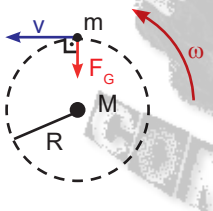
III. **Falso**. Perceba que o satélite e o objeto em seu interior estão, ambos, sob a ação da gravidade. Portanto, como o satélite e o objeto em seu interior possuem a mesma aceleração, implica que, em relação ao satélite, a aceleração do objeto é nula e é por essa razão que ele flutua dentro da satélite, pois, lá dentro, ele não consegue sentir a influência da gravidade.

Resposta: C

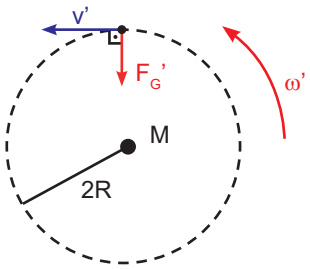
02.

i) De acordo com o enunciado, temos duas situações:

- **Antes do ajuste:**



- **Após o ajuste:**



ii) Perceba que a força gravitacional que a Terra exerce sobre o satélite irá atuar como resultante centrípeta. Baseado nisso, vamos analisar as duas situações apresentadas no passo i).

- **Antes do ajuste:**

$$F_B = F_{centrípeta} \rightarrow \frac{GMm}{R^2} = \frac{mV^2}{R} \rightarrow V = \omega \cdot R$$

$$\rightarrow \frac{GM\cancel{m}}{R^2} = \frac{\cancel{m} \cdot \omega^2 \cdot \cancel{R^2}}{\cancel{R}} \rightarrow \boxed{\omega^2 = \frac{GM}{R^3}} \quad (1)$$

- **Após o ajuste:**

$$F_G' = F_{centrípeta} \rightarrow \frac{GMm}{(2R)^2} = \frac{m(V')^2}{(2R)} \rightarrow V' = \omega' \cdot (2R')$$

$$\rightarrow \frac{GM\cancel{m}}{(2R)^2} = \frac{\cancel{m} \cdot (\omega)^2 \cdot (2R)^{\cancel{2}}}{(\cancel{2R})} \rightarrow \boxed{(\omega')^2 = \frac{GM}{(2R)^3}} \quad (2)$$

iii)

$$\frac{(\omega)^2}{(\omega')^2} = \frac{\frac{\cancel{GM}}{R^3}}{\frac{\cancel{GM}}{(2R)^3}} \rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 = \left(\frac{2\cancel{R}}{\cancel{R}}\right)^3 \rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 = 2^3 = 2 \cdot 2^2$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{\omega}{\omega'} = 2\sqrt{2}}$$

Resposta: A

03.

i) Perceba que a força gravitacional (F_G) que Júpites exerce sobre os satélites dela irá atuar como resultante centrípeta. Baseado nisso, temos:

$$FG = Fcentrípeta \rightarrow \frac{G\,M\,m}{R^2} = \frac{m\,V^2}{R} \rightarrow v = \omega R \rightarrow$$

$$\frac{GM\cancel{m}}{R^2} = \frac{\cancel{m}\,\omega^2 R^{\cancel{2}}}{\cancel{R}} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \frac{G\,M}{R^3} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{T^2 = \frac{4\pi^2 R^3}{GM}}$$ Fórmula do período orbital dos satélites em torno de Júpiter

ii) Sendo R o raio médio da órbita em relação ao centro do Júpiter, para cada satélite temos que:

- $Io: (1{,}8\ dias)^2 = \frac{4\pi^2 (4{,}20 \cdot 10^5\ km)^3}{GM} \rightarrow$

$$\rightarrow \boxed{\frac{4\pi^2}{GM} = \frac{(1{,}8\ dias)^2}{(4{,}20 \cdot 10^5\ km)^3}} \quad (1)$$

- $Europa: (T_{Europa})^2 = \frac{4\pi^2 (6{,}72 \cdot 10^5\ km)^3}{GM} \rightarrow$

$$\rightarrow \boxed{\frac{4\pi^2}{GM} = \frac{(T_{Europa})^2}{(6{,}72 \cdot 10^5\ km)^3}} \quad (2)$$

iii) Observe que podemos igualar as expressões (1) e (2), logo temos:

$$\frac{4\pi^2}{GM} = \frac{(1{,}8\ dias)^2}{(4{,}20 \cdot 10^5\ km)^3} = \frac{(T_{Europa})^2}{(6{,}72 \cdot 10^5 km)^3}$$

$$\rightarrow (T_{Europa})^2 = (1{,}8\ dias)^2 \left(\frac{6{,}72 \cdot \cancel{10^5}\ \cancel{km}}{4{,}20 \cdot \cancel{10^5}\ \cancel{km}}\right)^3$$

$$\rightarrow (T_{Europa})^2 = (1{,}8\ dias)^2 \left(\frac{6{,}72}{4{,}20}\right)^3 \rightarrow$$

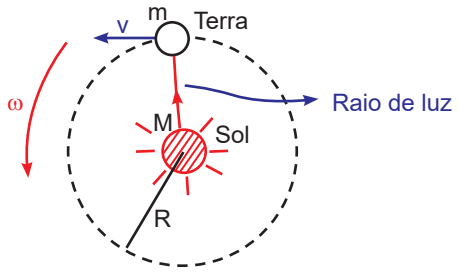
$$(T_{Europa})^2 = (1{,}8\ dias)\sqrt{\left(\frac{8}{5}\right)^3} \rightarrow \boxed{T_{Europa} \approx 3{,}64\ dias}$$

iv) O valor mais próximo do período orbital do satélite Europa é 3,60 dias.

Resposta: C

04.

i) De acordo com o enunciado, temos a seguinte figura:



ii) Perceba que, para chegar a Terra, o raio de luz deve percorrer o raio R da trajetória da Terra. Utilizando a função horária do espaço, obtemos que $\boxed{R = c \cdot t}$.

iii) Perceba que a força gravitacional que o Sol exerce na Terra irá atuar como resultante centrípeta. Baseado nisso, temos:

$$F_G = F_{centrípeta} \rightarrow \frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \rightarrow v = \omega \cdot R \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{GM\cancel{m}}{R^2} = \frac{\cancel{m}\,\omega^2 R\cancel{^2}}{\cancel{R}} \rightarrow \frac{GM}{R^2} = \omega^2 \cdot R \rightarrow$$

$$\omega^2 = \frac{GM}{R^3} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right) = \frac{GM}{R^3} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{R^3} \rightarrow R = ct \rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{(ct)^3} \rightarrow \boxed{M = \frac{4\pi^2}{GM} = \frac{(ct)^3}{T^2}}$$

Resposta: B

05.

i) A órbita de um stélite ser rasante implica que ele está tão próximo da Terra que o raio da órbita dele pode ser considerado igual ao raio da Terra.

ii) Seja μ a massa específica média da Terra, temos que $\boxed{\mu = \frac{M}{V}}$, aonde M é a massa da Terra e V o volume.

iii) Observe que a Terra apresenta formato esférico, portanto o volume V dela é $\boxed{V = \frac{4}{3}\pi R^3}$, aonde R é raio da Terra.

iv) Baseado nos passos ii) e iii), temos: $\mu = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, ou seja, $\boxed{\frac{M}{R^3} = \mu\left(\frac{4}{3}\pi\right)}$ (1)

v) A Terra execer uma força gravitacional sobre o satélite que irá atuar como resultante centrípeta. Baseado nisso e no passo i), temos:

$$F_G = F_{centrípeta} \rightarrow \frac{GMm}{R^2} = \frac{mV^2}{R} \rightarrow V = \omega \cdot R \rightarrow \frac{GM\cancel{m}}{R^2} = \frac{\cancel{m}\,\omega^2 R^2}{\cancel{R}}$$

$$\rightarrow \frac{GM}{R^2} = \omega^2 R \rightarrow \omega^2 = G\left(\frac{M}{R^3}\right) \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = G\left(\frac{M}{R^3}\right)$$

$$\rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = G\left(\frac{M}{R^3}\right) \xrightarrow{(1)} \frac{4\pi^2}{T^2} = G\mu\left(\frac{4}{3}\pi\right) \rightarrow \frac{\pi}{T^2} = \frac{\mu G}{3}$$

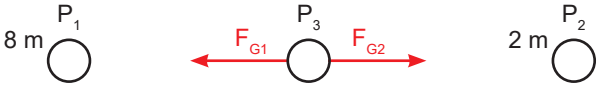
$$\rightarrow \boxed{\mu = \frac{3\pi}{GT^2}}$$

Resposta: O valor da massa específica média da Terra em função de T e G é $\mu = \frac{3\pi}{GT^2}$.

Exercícios Propostos

01.

i) Fixando o terceiro corpo P_3 em uma posição qualquer, temos que:



ii) Observe que $\boxed{d_1 + d_2 = 6x}$, ou seja, $\boxed{d_2 = 6x - d1}$ (1), aonde **x** é o espaçamento entre duas posições adjacentes.

iii) De acordo com o enunciado, a força resultante das ações gravitacionais de P_1 e P_2 sobre P_3 deve ser nula, ou seja, isso implica que $F_{G_1} = F_{G_2}$.

$$F_{G_1} = F_{G_2} \rightarrow \frac{G \cdot (8\cancel{M}) \cdot \cancel{M}}{(d_1)^2} = \frac{\cancel{G} \cdot (\overset{2}{\cancel{8}}\,\cancel{M}) \cdot \cancel{M}}{(d_2)^2} \rightarrow \frac{8}{(d_1)^2} = \frac{2}{(d_2)^2} \rightarrow$$

$$\frac{8}{2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \rightarrow 4 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 2 \rightarrow \frac{d_1}{d_2} \rightarrow \boxed{d_2 = \frac{d_1}{d_2}} \text{ (2)}$$

iv) Substituindo (2) em (1), temos:

$$d_2 = 6x - d_1 \rightarrow \frac{d_1}{d_2} = 6x - d_1 \rightarrow \frac{d_1}{d_2} = 6x - \frac{2}{2}d_1 \rightarrow$$

$$\frac{3d_1}{2} = 6x \rightarrow \boxed{d_1 = 4x}$$

v) Observe que d_1 representa a distância entre P_1 e P_3. Baseado no valor que foi encontrado para ele no passo iv) e na figura fornecida pelo enunciado, concluímos que o corpo P_3 deixe ser fixado na posição D com a finalidade da força resultante das ações gravitacionais seja nula.

Resposta: D

02.

A) Perceba que o planeta de massa **M** irá execer, sobre o satélite de massa **m**, uma força gravitacional que irá atuar como resultante centrípeta. Portanto, baseado nisso, temos:

$$F_{Gravitacional} = F_{Centrípeta} \rightarrow \frac{GMm}{R^2} = \frac{mV^2}{R} \rightarrow V = \omega R \rightarrow$$

$$\frac{GM\cancel{m}}{R^2} = \frac{\cancel{m}\,\omega^2 R\cancel{^2}}{\cancel{R}} \rightarrow \frac{GM}{R^2} = \omega^2 R \rightarrow \omega^2 = \frac{GM}{R^3} \rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}}$$

B) Analisando o resultado encontrado na solução do item A, é possível concluir que o valor de ω não depende **m**.

03.

i) Perceba que o Sol irá exercer, sobre o planeta Vênus, uma força gravitacional que irá atuar como resultante centrípeta. Baseado nisso, temos:

$$F_{Gravitacional} = F_{Centrípeta} \rightarrow \frac{GMm}{R^2} = \frac{mV^2}{R} \rightarrow V = \omega R \rightarrow$$

$$\frac{GM\cancel{m}}{R^2} = \frac{\cancel{m}\,\omega^2 R\cancel{^2}}{\cancel{R}} \rightarrow \frac{GM}{R^2} = \omega^2 R \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{GM}{R^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \rightarrow \boxed{GM = \frac{4\pi^2}{T^2}R^3}$$

ii) Considerando $\pi^2 \approx 10$, o valor de GM encontrado no passo i) e nos dados fornecidos pelo enunciado, é possível encontrar o valor da força exercida pelo Sol sobre Vênus ($F_{Gravitacional}$) em Newton.

$$F_{Gravitacional} = \frac{GMm}{R^2} \rightarrow F_{Gravitacional} = \frac{4\pi^2}{T^2} R \cdot \frac{m}{R^2}$$

$$\rightarrow F_{Gravitacional} = \frac{4\pi^2 Rm}{T^2} \rightarrow \begin{cases} R = 1{,}0 \cdot 10^{11}\,m \\ m = 5{,}0 \cdot 10^{24}\,kg \\ T = 2{,}0 \cdot 10^{7}\,s \end{cases}$$

$$\rightarrow F_{Gravitacional} = \frac{4 \cdot 10 \cdot (1{,}0 \cdot 10^{11} m) - (5{,}0 \cdot 10^{24} kg)}{(2{,}0 \cdot 10^{7})^2}$$

$$\rightarrow \boxed{F_{Gravitacional} = 5{,}0 \cdot 10^{22} N} \text{ (Valor aproximado)}$$

Resposta: A

04.

i) Perceba que 1 tonelada equivale a 1000 kg e que 1 km equivale a 1000 m. Utilizando o que foi dito e os dados do enunciado, podemos calcular o valor da força de atração gravitacional (FG) entre os dois navios.

ii) $FG = \frac{Gm_{navio} \cdot m_{navio}}{d^2} \rightarrow$

$$FG = \left(6{,}7 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right) \cdot \frac{(200 \cdot 1000\,kg)(200 \cdot 1000\,kg)}{(1000\,m)^2}$$

$$\rightarrow FG = \left(6{,}7 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right) \frac{(2 \cdot 10^5 kg)^2}{(10^3 m)^2}$$

$$\rightarrow FG = \left(6{,}7 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot \cancel{m^2}}{\cancel{kg^2}}\right) \frac{4 \cdot 10^{10}\,\cancel{kg^2}}{10^6\,\cancel{m^2}}$$

$$\rightarrow FG = \frac{6{,}7 \cdot 10^{-11} \cdot 4 \cdot 10^{10}}{10^6} \rightarrow \boxed{FG = 2{,}68 \cdot 10^{-6} N}$$

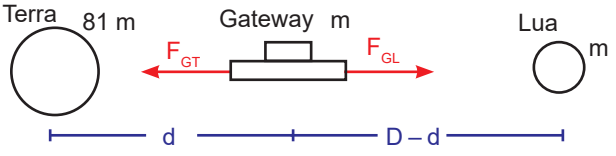
iii) Analisando o resultado encontrado no passo ii), concluimos que a ordem de grandeza da força de atração gravitacional entre os dois navios é 10^{-6}.

Resposta: B

05.

i) Observe a seguinte sentença do enunciado "O ponto de Lagrange, nsse caso, é um local do espaço em que as gravidades da Terra e da Lua se compensam, fazendo com que um objeto ali colocado fique mais ou menos no mesmo lugar (com relação à Terra e à Lua) o tempo todo". Essa sentença nos diz que, no ponto de Lagrange, um corpo está parado, ou seja, ele está em equilíbrio, logo concluímos que a força resultante nesse corpo é zero.

ii) Baseado no que foi dito no passo i) e nas informações fornecidas pelo enunciado, temos a seguinte siguação:



iii) Para que a base Gateway fique parada no mesmo luga o tempo todo, é necessário que $F_{GT} = F_{GL}$. Logo:

$$F_{GT} = F_{GL} \rightarrow \cancel{G} \cdot \frac{(81\,\cancel{M})\cancel{m}}{d^2} = \frac{\cancel{G}\,\cancel{M}\,\cancel{m}}{(D-d)^2} \rightarrow \frac{81}{d^2} = \frac{1}{(D-d)^2}$$

$$\rightarrow \left(\frac{d}{D-d}\right)^2 = 81 \rightarrow \frac{d}{D-d} = 9 \rightarrow d = 9D - 9d \rightarrow 10d = 9D$$

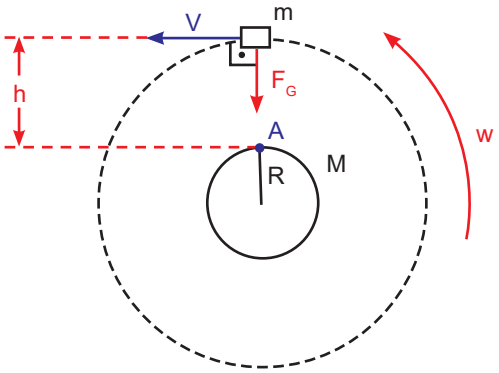
$$\rightarrow d = \left(\frac{9}{10}\right) D \rightarrow d = \left(\frac{9}{10}\right) \cdot \frac{10}{10} D$$

$$\rightarrow d = \underbrace{\frac{90}{100}}_{= 90\%} D \rightarrow \boxed{d = 90\%\,D}$$

Resposta: A distância **d** corresponde a 90% da distância D.

06.

i) De acordo com o enunciado, temos a seguinte situação:



ii) Observe que o satélite é estacionário, ou seja, ele está sempre em cima do ponto A em todos os instantes. Baseado nisso, concluimos que o período de rotação do satélite é o mesmo período de rotação da Terra, ou seja, 24 horas (86400 segundos).

iii) Observe que a força gravitacional que o satélite exerce sobre o satélite irá atuar como resultante centrípeta, logo temos:

$$F_G = F_{Centrípeta} \rightarrow \frac{GMm}{(R+h)^2} = \frac{mV^2}{(R+h)} \rightarrow V = \omega(R+h)$$

$$\rightarrow \frac{GM\cancel{m}}{(R+h)^2} = \frac{\cancel{m}\omega^2(R+h)^2}{\cancel{(R+h)}} \rightarrow \frac{GM}{(R+h)^2} = \omega^2(R+h)$$

$$\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \frac{GM}{(R+h)^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \rightarrow (R+h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$\rightarrow (6{,}4 \cdot 10^6 + h)^3 = \frac{(6{,}7 \cdot 10^{-11})(6{,}0 \cdot 10^{24}) \cdot (86400)^2}{4(3{,}14)^2}$$

$$\rightarrow (6{,}4 \cdot 10^6 + h)^3 \approx 7{,}6 \cdot 10^{22} \rightarrow (6{,}4 \cdot 10^6 + h) \approx 42{,}4 \cdot 10^6$$

$$\rightarrow \underline{h \approx 36 \cdot 10^6\,m} \rightarrow 1\,km = 10^3\,m \rightarrow \boxed{h \approx 36 \cdot 10^3 km}$$

B) $V = \omega(R+h) \rightarrow V = \left(\frac{2\pi}{T}\right)(R+h) \rightarrow$

$$V = \left(\frac{2 \cdot 3{,}14}{86400\,s}\right) \cdot (6{,}4 \cdot 10^6 + 36 \cdot 10^6) m$$

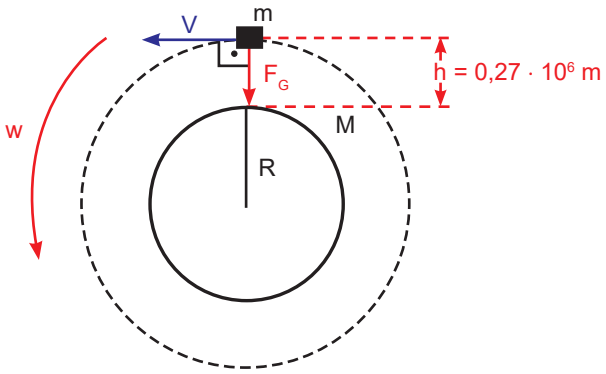
$$\rightarrow V \approx 3{,}1 \cdot 10^3 m/s \rightarrow 1\,km = 10^3 m \rightarrow \boxed{V \approx 3{,}1\,km/s}$$

Resposta: A) H ≈ 36 · 10³ km
B) V ≈ 3,1 km/s

07.

A)

i) Perceba que 1 km = 10^3 m, ou seja, a altitude do satélite é 270000 m e isso equivale a $0,27 \cdot 10^6$ m. Baseado nisso e nas instruções do enunciado, temos:



ii) Observe que a força gravitacional que a Terra execer no satélite irá atuar como resultante centrípeta, logo temos:

$$F_G = F_{Centrípeta} \rightarrow \frac{GM\cancel{m}}{(R+h)^2} = \frac{\cancel{m}V^2}{(R+h)} \rightarrow \frac{GM}{(R+h)} = V^2$$

$$\rightarrow V^2 = \frac{(6,7\cdot 10^{-4})(6\cdot 10^{24})}{(6,4\cdot 10^6 + 0,27\cdot 10^6)}$$

$$\rightarrow V^2 = \frac{(6,7\cdot 10^{-11})(6\cdot 10^{24})}{(6,67\cdot 10^6)} \rightarrow V^2 \approx 60,3\cdot 10^6$$

$$\rightarrow \boxed{V \approx 7,8\cdot 10^3 m/s} \rightarrow 1\,km = 10^3\,m \rightarrow \boxed{V \approx 7,8\ km/s}$$

B) Observe que o satélite executa um movimento circular uniforme em torno do planeta. Baseado, nisso, temos que:

$$V = \omega(R+h) \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow V = \left(\frac{2\pi}{T}\right)(R+h)$$

$$\rightarrow 7,8\cdot 10^3 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)(6,4\cdot 10^6 + 0,27\cdot 10^6)$$

$$\rightarrow 7,8\cdot 10^3 = \frac{2\pi\cdot(6,67\cdot 10^6)}{T}$$

$$\rightarrow T = 2\pi\left(\frac{6,67\cdot 10^6}{7,8\cdot 10^3}\right) \rightarrow \boxed{T \approx 5373 \text{ segundos}}$$

$$\rightarrow \boxed{T \approx 89 \text{ min } 33 \text{ s}}$$

Resposta: A) V ≈ 7,8 · 10^8 m/s = 7,8 km/s

B) 5373 segundos = 89 min 33 s

08.

A) i) De acordo com o módulo de estudos, a 3ª lei de Kepler é $\boxed{\frac{T^2}{D^3} = K}$, aonde K é uma constante.

ii) Observe que, de acordo com a tabela fornecida pelo enunciado, para qualquer planeta, o valor numérico de T^2 é igual ao valor numérico de D^3. Baseado nisso e na 3ª lei de Kepler, concluimos que o valor da constante da 3ª lei de Kepler é 1, ou seja, K = 1.

iii) Utilizando o que foi fornecido no enunciado e nos passos i) e ii), podemos encontrar o valor da distância do planeta X ao Sol em VA.

$$\frac{T^2}{D^3} = K \rightarrow \frac{T^2}{D^3} = \frac{1\,ano^2}{VA^3} \rightarrow \frac{(125\ ano)^2}{D^3} = \frac{1\,ano^2}{VA^3}$$

$$\rightarrow \frac{125^2\ \cancel{ano^2}}{D^3} = \frac{1\ \cancel{ano^2}}{VA^3} \rightarrow D^3 = 125^2\ VA^2$$

$$\rightarrow D^3 = (5^3)^3\ VA^3 \rightarrow D^3 = 5^6\cdot VA^3 \rightarrow D = 5^2\ VA$$

$$\rightarrow \boxed{D = 25\ VA}$$

B) i) De acordo com o enunciado, os planetas realizam órbitas circulares em torno do Sol. Baseado nisso, concluímos que eles estão em MCU, ou seja, Movimento Circular Uniforme. Portanto, os módulos das velocidades dos planetas segue a relação $\boxed{V = \omega D}$, aonde ω é a velocidade angular de cada planeta e D o raio da trajetória deles em torno do Sol.

ii) Baseado no passo i), temos:

- Terra: $V_{Terra} = \omega_{Terra} \cdot D_{Terra} \rightarrow V_{Terra} = \left(\frac{2\pi}{T_{Terra}}\right)\cdot D_{Terra}$

$$\rightarrow \boxed{V_{Terra} = 2\pi\left(\frac{1\,VA}{1\,ano}\right)} \quad (1)$$

- Planeta X: $Vx = \omega x \cdot Dx \rightarrow Vx = \left(\frac{2\pi}{Tx}\right)Dx$

$$\rightarrow \boxed{Vx = 2\pi\left(\frac{25\,VA}{125\ ano}\right)} \quad (2)$$

iii) Dividindo (2) por (1): $\frac{Vx}{V_{Terra}} = \frac{\cancel{2\pi}\left(\frac{25\ \cancel{VA}}{125\ \cancel{ano}}\right)}{\cancel{2\pi}\left(\frac{1\ \cancel{ano}}{1\ \cancel{VA}}\right)}$

$$\rightarrow \boxed{\frac{Vx}{V_{Terra}} = \frac{25}{125} = \frac{1}{5}}$$

Resposta: A) 25 VA

B) $\frac{1}{5}$

09.

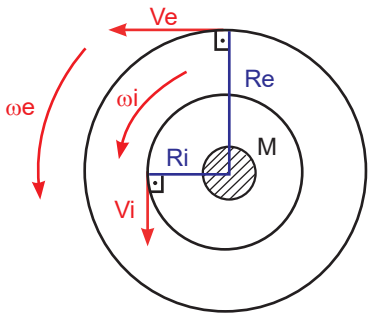
A) i) Perceba que a única força que uma partícula sentirá será a gravitacional por causa de Saturno. A partícula está em uma órbita circular em torno de Saturno, logo, para isso ser possível, é necessário que a força gravitacional que atua sobre a partícula exerça o papel de resultante centrípeta.

ii) Baseado no passo i), temos:

$$F_{Gravitacional} = F_{Centrípeta} \rightarrow \frac{GM\cancel{m}}{r^2} = \frac{\cancel{m}\,v}{\cancel{r}} \rightarrow V^2 = \frac{GM}{r}$$

$$\rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{GM}{r}}}$$

B) i) De acordo com o enunciado, temos a seguinte situação:



ii) Observe que as partículas realizam um Movimento Circular Uniforme em torno de Júpiter, ou seja, o módulo da velocidade delas é obtido pela expressão $\boxed{V = \omega R}$. Baseado nisso e no resultado obtido na solução do item A, temos:

- Partícula interna: $Vi = \omega i \cdot Ri \rightarrow \sqrt{\frac{GM}{Ri}} = \omega i \cdot Ri$

$$\rightarrow \left(\frac{GM}{Ri}\right)^{1/2} = \omega i Ri \rightarrow \boxed{\omega i = \frac{(GM)^{1/2}}{R^{3/2}}}$$

- Partícula externa: $Ve = \omega e \cdot Re \rightarrow \sqrt{\frac{GM}{Re}} = \omega e \cdot Re$

$$\rightarrow \left(\frac{GM}{Re}\right)^{1/2} = \omega e Re \rightarrow \boxed{\omega e = \frac{(GM)^{1/2}}{Re^{3/2}}}$$

iii) Dividindo wi por we:

$$\frac{\omega i}{\omega e} = \frac{\cancel{(GM)^{1/2}}}{Ri^{3/2}} \cdot \frac{Re^{3/2}}{\cancel{(GM)^{1/2}}} \rightarrow \boxed{\frac{\omega i}{\omega e} = \left(\frac{Re}{Ri}\right)^{3/2}}$$

Resposta: A) $\mathbf{V = \sqrt{\frac{GM}{T}}}$

B) $\mathbf{\frac{\omega i}{\omega e} = \left(\frac{Re}{Ri}\right)^{\frac{3}{2}}}$

10.

i) A força peso que um objeto sente é devido a interação gravitacional entre ele e o corpo celeste em que ele se encontra. Baseado nisso, temos que:

$$F_{Peso} = F_{Gravitacional} \rightarrow \cancel{m}g = \frac{GM\cancel{m}}{R^2}$$

$$\rightarrow \boxed{g = \frac{GM}{R^2}}$$ Expressão do valor da gravidade na superfície de corpos celestes

ii) Baseado no enunciado, temos que:

Lua: $\begin{cases} \text{Massa} = M \\ \text{Raio} = R \end{cases}$; Terra: $\begin{cases} \text{Massa} = 81\,M \\ \text{Raio} = 3{,}7\,R \end{cases}$

iii) Baseado nos passos i) e ii), temos que:

- **Lua:** $gL = \frac{GMT}{RL^2} \rightarrow \boxed{gL = \frac{GM}{R^2}}$ (1)

- **Terra:** $gT = \frac{GML}{RT^2} \rightarrow gT = \frac{G(81M)}{RT^2} \rightarrow$

$$gT = \left(\frac{3{,}7^2}{81}\right)\frac{GM}{R^2} \rightarrow \boxed{\frac{GM}{R^2} = \left(\frac{3{,}7^2}{81}\right)gT}$$ (2)

iv) Substituindo a expressão (2) na expressão (1):

$$gL = \frac{GM}{R^2} \rightarrow gL = \left(\frac{3{,}7^2}{81}\right)gT \rightarrow gL = \left(\frac{13{,}69}{81}\right)gT$$

$$\rightarrow \boxed{gL = \left(\frac{1369}{8100}\right)gT} \rightarrow \boxed{gL = 0{,}17\,gT}$$

v) Baseado no passo iii), dividindo gL por gT, obtemos:

$$\frac{gL}{gT} = \frac{\cancel{GML}}{R_L^{\,2}} \cdot \frac{R_T^{\,2}}{\cancel{GM_T}} \rightarrow \boxed{\frac{gL}{gT} = \frac{ML}{MT}\left(\frac{RT}{RL}\right)^2}$$

Resposta: O módulo da aceleração da gravidade na superfície da Lua (gL) em função do módulo da aceleração da gravidade na superfície da Terra (gT) pode ser dado como $\frac{gL}{gT} = \frac{ML}{MT} \cdot \left(\frac{RT}{RL}\right)^2$ ou $gL = \left(\frac{1369}{8100}\right)gT$ ou $gL \approx 0{,}17\,gT$.

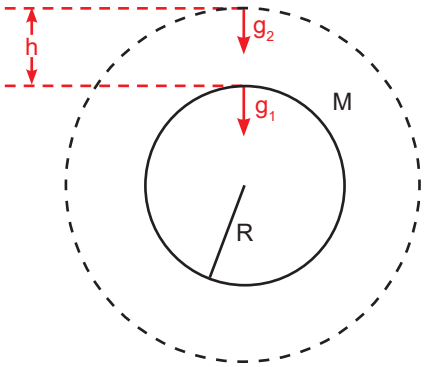
11.

i) De acordo com o enunciado, temos a seguinte situação:

$g_1 = 10\ m/s^2$

$g_2 = 0{,}40\ m/s^2$

$R = 6400\ km$



ii) Foi provado na solução do exercício proposto do número 10 que a expressão para obter o valor da gravidade em determinada altura é $\boxed{g = \frac{GM}{d^2}}$. Baseado nisso, temos:

- $g_1 = \frac{GM}{R^2} \rightarrow 10\ m/s^2 = \frac{GM}{(6400\ km)^2}$

$$\rightarrow \boxed{GM = (10\ m/s^2)(6400\ km)^2}\ (1)$$

- $g_2 = \frac{GM}{(R+h)^2} \rightarrow 0{,}40\ m/s^2 = \frac{GM}{(6400\ km + h)^2}$

$$\rightarrow \boxed{GM = (0{,}40\ m/s^2)(6400\ km + h)^2}\ (2)$$

iii) Analisando as expressões (1) e (2), é possível concluir que:

$$GM = (10\ \cancel{m/s^2})(6400\ km)^2 = (0{,}40\ \cancel{m/s^2})(6400\ km + h)^2$$

$$\rightarrow 10 \cdot (6400\ km)^2 = (0{,}40)(6400\ km + h)^2$$

$$\rightarrow \left(\frac{6400\ km + h}{6400\ km}\right)^2 = \frac{10}{0{,}40} \rightarrow \left(\frac{6400\ km + h}{6400\ km}\right)^2 = 25$$

$$\rightarrow \frac{6400\ km + h}{6400\ km} = 5 \rightarrow 6400\ km + h = 32000\ km \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{h = 25600\ km}$$

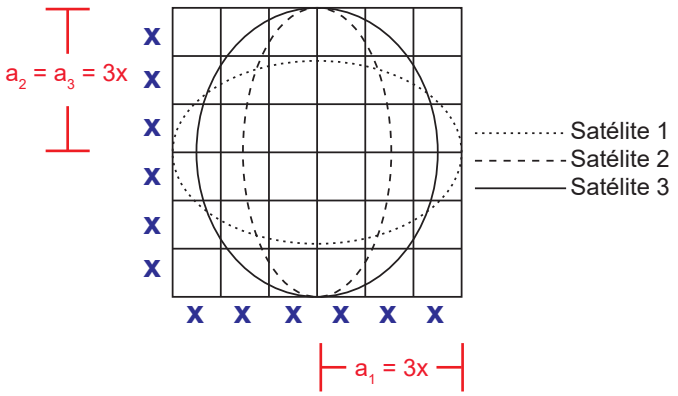
Resposta: A altitude que a aceleração da gravidade terá intensidade de 0,40 m/s² é 25600 km acima da superfície terrestre.

12.

i) Analisando a figura fornecida pelo enunciado, é possível concluir que as órbitas dos três satélites são elípticas.

ii) Para órbitas elípticas, a 3ª lei de Kepler é $\boxed{\frac{T^2}{a^3} = K}$, aonde T é o período, **a** é o valor do semieixo maior da elipse e K é uma constante.

iii) Analisando a figura fornecida pelo enunciado, é possível determinar o valor do semieixo maior de cada trajetória elíptica.



iv) Observe que $a_1 = a_2 = a_3$ 3x, ouseja, o valor do semieixo maior de cada trajetória elíptica é igual. Portanto, por meio da 3ª lei de Kepler é possível concluir que:

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \frac{T_3^2}{a_3^3} = K \rightarrow \frac{T_1^2}{(3x)^3} = \frac{T_2^2}{(3x)^3} = \frac{T_3^2}{(3x)^3} = K$$

$$\rightarrow T_1^2 = T_2^2 = T_3^2 = (3x)^3 K \rightarrow \boxed{T_1 = T_2 = T_3}$$

Os três satélites têm o mesmo período

Resposta: A

13.

i) De acordo com o enunciado, temos os seguintes dados:

Terra: $\begin{cases} \text{Massa} = m \\ \text{Distância ao Sol} = D \end{cases}$

Netuno: $\begin{cases} \text{Massa} = 18\ m \\ \text{Distância ao Sol} = 30\ D \end{cases}$

ii) Seja F a força de atração gravitacional entre o Sol e a Terra, temos:

$$F = \frac{GM_{Sol} \cdot M_{Terra}}{(\text{Distância})^2} \rightarrow \boxed{F = \frac{G\,M\,m}{D^2}} \quad (1)$$

iii) Seja F' a força de atração gravitacional entre o Sol e Netuno, temos:

$$F' = \frac{GM_{Sol} \cdot M_{Terra}}{(\text{Distância})^2} \rightarrow F' = \frac{GM(18\ m)}{(30\ D)^2}$$

$$\rightarrow \boxed{F' = \left(\frac{18}{30^2}\right)\frac{G\,M\,m}{D^2}} \quad (2)$$

iv) Substituindo (1) em (2), temos:

$$F' = \left(\frac{18}{30^2}\right)\frac{GMm}{D^2} \rightarrow F' = \left(\frac{18}{30^2}\right)F \rightarrow F'\left(\frac{18}{900}\right)F$$

$$\rightarrow \boxed{F' = 0{,}02\ F}$$

A força de atração gravitacional entre Netuno e o Sol é 0,02 F.

Resposta: A

14.

i) Será visto na matéria conhecida como Movimento Harmônico Simples (MHS) que o período de um pêndulo simples é obtido por meio da seguinte equação:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}} \quad \begin{cases} T: \text{Período} \\ \ell: \text{Comprimento do pêndulo} \\ g: \text{Gravidade do planeta} \end{cases}$$

ii) Foi provado no exercício proposto de número 10 que a equação utilizada para obter o valor da gravidade em um planeta é:

$$\boxed{g = \frac{GM}{R^2}} \quad \begin{cases} G: \text{Constante de Gravitação Universal} \\ M: \text{Massa do planeta} \\ R: \text{Raio do planeta} \end{cases}$$

iii) Baseado nos passos i) e ii), temos que:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\frac{GM}{R^2}}} \rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell R^2}{GM}}} \quad (1)$$

iv) Substituindo os dados fornecidos pelo enunciado na expressão (1), temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell R^2}{GM}} \rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{GM}} = 2 = 2(3{,}1)(4 \cdot 10^6)\sqrt{\frac{1}{(6{,}7 \cdot 10^{-11})M}}$$

$$\rightarrow 1 = (3{,}1)(4 \cdot 10^6)\sqrt{\frac{1}{(6{,}7 \cdot 10^{-11})M}} \rightarrow$$

$$\rightarrow 1^2 = (3{,}1)^2(4 \cdot 10^6)^2\left(\sqrt{\frac{1}{(6{,}7 \cdot 10^{-11})M}}\right)$$

$$\rightarrow 1 = (3{,}1)^2 \cdot (16 \cdot 10^{12}) \cdot \left(\frac{1}{(6{,}7 \cdot 10^{-11})M}\right)$$

$$\rightarrow M = \frac{(3{,}1)^2 \cdot (16 \cdot 10^{12})}{6{,}7 \cdot 10^{-11}} \rightarrow \boxed{M \approx 2{,}3 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}$$

Resposta: B

15.

i) Foi provado na solução do exercício proposto de número 10 que a equação para obter o valor da gravidade em determinada distância em relação ao centro do planeta é $\boxed{g = \frac{GM}{d^2}}$

ii) Na superfície terrestre, temos que $\boxed{g = \frac{GM}{R^2}}$ (1).

iii) Para os satélites A e B, temos que:

- **Satélite A:** $gA = \frac{GM}{R_A^2} \rightarrow RA = \frac{3}{2}R \rightarrow gA = \frac{GM}{\left(\frac{3}{2}R\right)^2} \rightarrow$

$$\rightarrow gA = \frac{GM}{\left(\frac{9}{4}\right)R^2} \rightarrow \boxed{gA = \left(\frac{4}{9}\right)\frac{GM}{R^2}} \quad (2)$$

- **Satélite B:** $gB = \frac{GM}{R_B^2} \rightarrow RB = \frac{4}{3}R \rightarrow gB = \frac{GM}{\left(\frac{3}{2}R\right)^2} \rightarrow$

$$\rightarrow gB = \frac{GM}{\left(\frac{9}{16}\right)R^2} \rightarrow \boxed{gB = \left(\frac{9}{16}\right)\frac{GM}{R^2}} \quad (3)$$

iv) Substituindo a expressão (1) nas expressões (2) e (3), obtemos que:

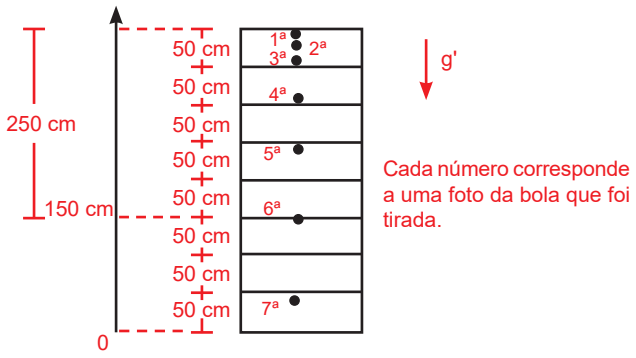
- **Satélite A:** $gA = \left(\frac{4}{9}\right)\frac{GM}{R^2} \rightarrow \boxed{gA = \left(\frac{4}{9}\right)g}$

- **Satélite B:** $gB = \left(\frac{9}{16}\right)\frac{GM}{R^2} \rightarrow \boxed{gB = \left(\frac{9}{16}\right)g}$

Resposta: C

16.

i) Analisando a figura fornecida pelo enunciado, perceba que cada pontinho corresponde a um fato. Baseado nisso, é possível encontrar o tempo de queda da bola e o deslocamento dela na vertical.



ii) Observe que, na 6ª foto, a bola atinge uma linha horizontal, loge é possível saber, com precisão, o deslocamento dela na vertical e o tempo necessário para esse deslocamento.

- Analisando a figura do passo i) é possível concluir que o deslocamento da bola na vertical foi de 5(50 cm), ou seja, 250 cm e isso equivale a 2,5 metros.

- De acordo com o enunciado, o intervalo de tempo entre cada fato é de 0,10 . Perceba que, no deslocamento vertical de 2,5 metros de bola, foram tiradas 6 fotos e isso corresponde a um total de 5 intervalos entre uma foto e a outra. Baseado nisso, é possível concluir que o tempo total de deslocamento da bola até a 6ª foto é 5 · (0,10 s), ou seja, 0,50 segundos.

iii) Utilizando a função horária do espaço, é possível encontrar o valor da gravidade do planeta (g'):

$$Sy = Soy + Voyt + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 1{,}5 = 4{,}0 + 0 \cdot t + \frac{1}{2}(-g')t^2$$

$$\rightarrow -2{,}5 = -\frac{1}{2}g'(0{,}5)^2 \rightarrow \boxed{g' = 20\ m/s^2}$$

iv) Foi provado no exercício proposto de número 10 que a equação utilizada para obter o valor da gravidade em um planeta é:

$$\boxed{g = \frac{GM}{R^2}}$$

G: Constante de Gravitação Universal
M: Massa do planeta
R: Raio do planeta

Por meio dela será possível encontrar a razão entre a massa do planeta e a da Terra.

v) Baseado na equação do passo iv), temos que:

- **Terra:** $g_{Terra} = \frac{GM_{Terra}}{R_{Terra}^2} \rightarrow 10\ m/s^2 = \frac{GM_{Terra}}{R_{Terra}^2}$

$$\rightarrow \boxed{GM_{Terra} = (10\ m/s^2)R_{Terra}^2} \quad (1)$$

- **Planeta:** $g_{Planeta} = \frac{GM_{Planeta}}{R_{Planeta}^2} \rightarrow g' = \frac{GM_{Planeta}}{R_{Planeta}^2} = 20\ m/s^2$

$$\rightarrow \boxed{GM_{Planeta} = (20\ m/s^2)R_{Planeta}^2} \quad (2)$$

vi) Dividindo a expressão (2) pela expressão (1):

$$\frac{GM_{Planeta}}{GM_{Terra}} = \frac{(20\ m/s^2)R_{Planeta}^2}{(10\ m/s^2)R_{Terra}^2} \rightarrow \frac{M_{Planeta}}{M_{Terra}} = \left(\frac{20}{10}\right) \cdot \left(\frac{R_{Planeta}}{R_{Terra}}\right)^2$$

$$\rightarrow R_{Planeta} = 3R_{Terra}\ (\text{Enunciado}) \rightarrow \frac{M_{Planeta}}{M_{Terra}} = 2\left(\frac{3R_{Planeta}}{R_{Terra}}\right)^2$$

$$\rightarrow \frac{M_{Planeta}}{M_{Terra}} = 2 \cdot (3)^2 \rightarrow \frac{M_{Planeta}}{M_{Terra}} = 2 \cdot 9 \rightarrow \boxed{\frac{M_{Planeta}}{M_{Terra}} = 18}$$

Resposta: A razão entre a massa do planeta e a da Terra é 18.

17.

i) De acordo com o enunciado, temos as seguintes situações:

- **Antes da cavidade:**

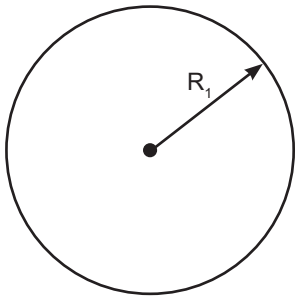


Figura 1

- **Após a cavidade:**

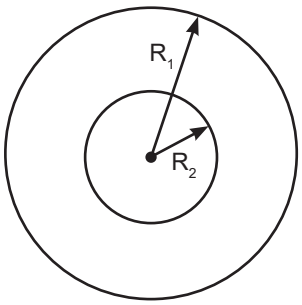
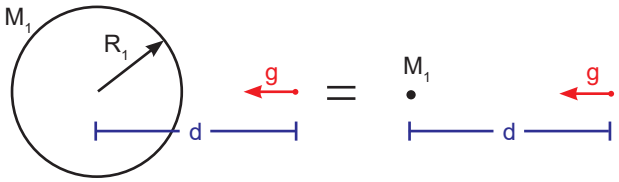


Figura 2

ii) De acordo com o enunciado: "... Newton demonstrou que uma distribuição esférica homogênea de massa surte o mesmo efeito que uma massa concentrada no centro da distribuição". Essa sentença está indicando que as duas situações abaixo são semelhantes:



Portanto, é possível concluir que, desde que uma massa esteja distribuida de maneira homogênea dentro de uma esfera, a aceleração gravitacional que ela provoca em determinada região do espaço equivale a aceleração gravitacional provoca por uma partícula puntiforme na mesma região do espaço.

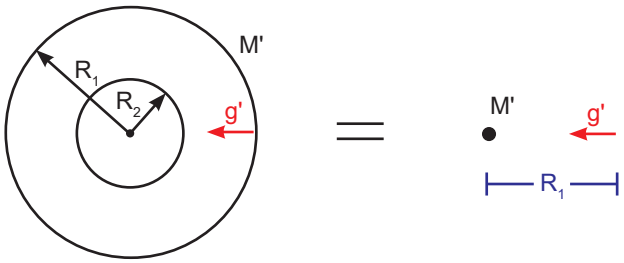
iii) Foi provado no exercício proposto de número 10 que a equação utilizada para obter o valor da gravidade em um planeta é:

$$\boxed{g = \frac{GM}{d^2}}$$

G: Constante de Gravitação Universal
M: Massa do planeta
d: Distância entre o centro e o ponto do espaço aonde está a gravidade

Observe que, baseado no passo ii), é possível concluir que essa equação é válida para uma partícula puntiforme que possui a mesma massa que a distribuição homogênea na esfera.

iv) Perceba que a figura 2 (passo ii) é uma distribuição homogênea, embora não esteja completa, de massa dentro de uma esfera. Portanto, é possível utilizar a fórmula do passo iii) para encontrar o valor da aceleração da gravidade na superfície pois a massa restante irá atuar como uma partícula pontual e isso permitirá o uso da fórmula.



v) Perceba que a massa que foi retirada (esfera de raio R_2) possui a mesma densidade que a Terra (esfera de raio R_1), pois ambas são feitas do mesmo material. Portanto, utilizando esse fato e que $R_1 = 2R_2$ (Enunciado), é possível relacionar a massa M_1 da Terra com a massa M_2 que foi retirada.

$$\text{densidade} = \frac{\text{Massa}}{\text{Volume}} \rightarrow \underbrace{\frac{M_1}{\frac{4}{3}\pi R_1^3} = \frac{M_2}{\frac{4}{3}\pi R_2^3}}_{\text{Mesma densidade}}$$

$$\rightarrow \frac{M_1}{(2R_2)^3} = \frac{M_2}{R_2^3} \rightarrow \frac{M_1}{8R_2^3} = \frac{M_2}{R_2^3} \rightarrow \boxed{M_2 = \frac{M_1}{8}}$$

vi) Baseado no resultado do passo v), é possível calcular o valor da massa restante da Terra, ou seja, o valor de M'. Logo, temos:

$$M' = M_1 - M_2 \rightarrow M_2 = \frac{M_1}{8} \rightarrow M' = M_1 - \frac{M_1}{8}$$

$$\rightarrow M' = \frac{8}{8}M_1 - \frac{M_1}{8} \rightarrow \boxed{M' = \frac{7}{8}M_1}$$ Massa restante da Terra

vii) Utilizando a equação do passo iii) e o resultado do passo vi), é possível calcular o valor de g' (gravidade na superfície da Terra após ser feita a cavidade) em função de g (gravidade na superfície da Terra antes de ser feita a cavidade).

- $\boxed{g = \frac{GM_1}{R_1^2}}$
- $g' = \frac{GM_1}{R_1^2} \rightarrow g' \frac{G}{R_1^2}\left(\frac{7}{8}M_1\right) \rightarrow g' = \left(\frac{7}{8}\right)\underbrace{\frac{GM_1}{R_1^2}}_{= g} \rightarrow \boxed{g' = \frac{7}{8}g}$

Portanto, é possível concluir que, se no centro da Terra fosse recortado um espaço oco esférico com metade do raio da Terra, o módulo da aceleração da gravidade na superfície terrestre diminuiria para $\frac{7}{8}g$.

Resposta: E

18.

i) De acordo com o enunciado, temos:

- **Terra:** $\begin{cases}\text{Massa} = m \\ \text{Raio} = r\end{cases}$; - **Planeta:** $\begin{cases}\text{Massa} = 3\,m \\ \text{Raio} = 2\,r\end{cases}$

ii) Foi provado no exercício proposto de número 10 que a equação utilizada para obter o valor da gravidade em um planeta é:

$$\boxed{g = \frac{GM}{R^2}}$$

G: Constante Universal de Gravitação
M: Massa do planeta
R: Raio do planeta

iii) Utilizando a equação do passo iii), é possível encontrar o valor da aceleração da gravidade na superfície do planeta em relação à aceleração da gravidade na superfície da Terra (g).

- **Terra:** $g = \frac{GM_{Terra}}{R_{Terra}^2} \rightarrow \boxed{g = \frac{Gm}{r^2}}$ (1)

- **Planeta:** $g_{Planeta} = \frac{GM_{Planeta}}{R_{Planeta}^2} \rightarrow g_{Planeta} = \frac{G(3m)}{(2r)^2}$

$$\rightarrow \boxed{g_{Planeta} = \left(\frac{3}{4}\right)\frac{Gm}{r^2}}$$ (2)

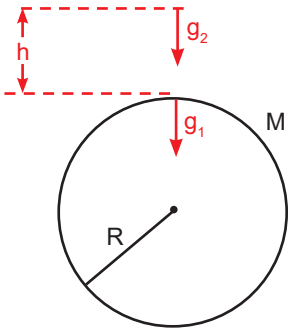
iv) Substituindo a expressão (1) na expressão (2):

$$g_{Planeta} = \left(\frac{3}{4}\right)\frac{Gm}{r^2} \xrightarrow{(1)} \boxed{g_{Planeta} = \left(\frac{3}{4}\right)g}$$

Resposta: D

19.

i) De acordo com o enunciado, temos a seguinte situação:



$g_1 = g$

$g_2 = g/9$

R = 6400 km

ii) Foi provado na solução do exercício proposto de número 10 que a expressão para obter o valor da gravidade em determinada altura é $\boxed{g = \frac{GM}{d^2}}$. Baseado nisso, temos:

- $g_1 = \frac{GM}{R^2} \rightarrow g = \frac{GM}{(6400\ km)^2} \rightarrow \boxed{GM = g(6400\ km)^2}$ (1)

- $g_2 = \frac{GM}{(R+h)^2} \rightarrow \frac{g}{9} = \frac{GM}{(6400\ km + h)^2}$

$\rightarrow \boxed{9GM = g(6400\ km + h)^2}$ (2)

iii) Substituindo a expressão (1) na expressão (2):

$9GM = g(6400\ km + h)^2 \rightarrow 9\ \cancel{g}(6400\ km)^2 = g(6400\ km + h)^2$

$\rightarrow 9 = \left(\frac{6400\ km + h}{6400\ km}\right) \rightarrow 3 = \frac{6400\ km + h}{6400\ km}$

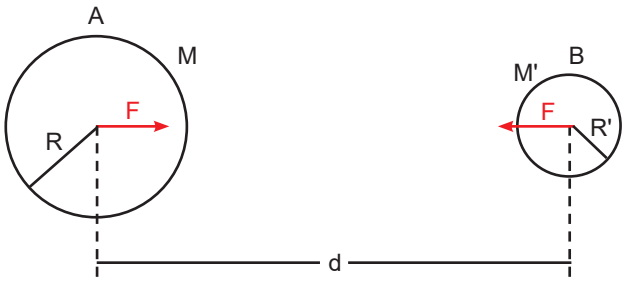
$\rightarrow 3 \cdot 6400\ km = 6400\ km + h \rightarrow 19200\ km = 6400\ km + \mathbf{h}$

$\rightarrow \boxed{h = 12800\ km}$

Resposta: B

20.

i) Observe que a esfera A irá exercer uma força de atração gravitacional na esfera B e, por ação e reação (3ª lei de Newton), a esfera B irá exercer em A uma força de atração gravitacional de mesmo módulo que a força que ela sente. Baseado nisso, temos a seguinte situação:



ii) De acordo com a Lei da Gravitação Universal apresentada nesse módulo de estudos, temos que $\boxed{F = \frac{GMM'}{d^2}}$.

iii) A aceleração gravitacional produzida pela esfera A no centro da esfera B equivale a aceleração que a esfera B sente por causa da força resultante que atua nela. Sendo F a única força que atua na esfera B, concluimos que a aceleração que ela sente equivale a:

$F = \text{Força Resultante} \rightarrow F = M'aB \rightarrow \frac{GM\cancel{M'}}{d^2} = \cancel{M'}aB$

$\rightarrow \boxed{aB = \frac{GM}{d^2}}$

Portanto, a aceleração gravitacional produzida pela esfera A no centro da esfera B, depende somente de G, M e d.

Resposta: A

21.

A) **Falso**. A reação ao peso P é uma força que atua na Terra e não no satélite, logo não é possível ela atrair o satélite para o centro da trajetória.

B) **Falso**. A reação ao peso P é uma força que atua na Terra e não no satélite, logo não há como ela equilibrar o peso P do satélite, pois, para que uma força equilibre a outra em um mesmo corpo, é necessário que as duas estejam atuando nesse corpo.

C) **Verdadeiro**. A Terra exerce uma força de atração gravitacional no satélite conhecida como peso P. De acordo com a Terceira Lei de Newton, o satélite exerce na Terra uma força de atração gravitacional que possui a mesma intensidade que a força que ele sente, ou seja, uma reação. Baseado nisso, é possível concluir que a reação ao peso P é uma força que o satélite exerce sobre a Terra.

D) **Falso**. A reação ao peso P é uma força que atua na Terra e não no satélite, logo é possível concluir que a força que impede o satélite mudar de órbita é a própria força peso P.

E) **Falso**. De acordo com a Terceira Lei de Newton, Príncipio da Ação e Reação, as forças de ação e reação apresentam a mesma intensidade.

Resposta: C

22.

i) Foi provado no exercício proposto de número 10 que o valor do campo gravitacional de um planeta, nesse caso a Terra, em determinado ponto do espaço pode ser obtido utilizando a equação abaixo:

$\boxed{g = \frac{GM}{d^2}}$

G: Constante de Gravitação Universal
M: Massa do planeta
d: Distância do centro do planeta até determinado ponto do espaço

ii) De acordo com o enunciado, o objeto de massa de 3 kg é posto no mesmo ponto do espaço que o objeto de 1 kg. Baseado nisso e analisando a equação apresentada no ponto i), é possível concluir que, em relação ao centro da Terra, esses dois objetos estão a uma mesma distância **d** dele.

iii) Baseado nos passos i) e ii), concluimos que a aceleração gravitacional que cada objeto sente é:

- **Objeto de massa de 1 kg:**

$g_1 = \frac{GM_{Terra}}{d^2} \rightarrow \boxed{g_1 = 5\ m/s^2}$ (Enunciado)

$\rightarrow \boxed{5\ m/s^2 = \frac{GM_{Terra}}{d^2}}$ (1)

- **Objeto de massa de 3 kg:** $\boxed{g_2 = \frac{GM_{Terra}}{d^2}}$ (2)

iv) Analisando as expressões (1) e (2), é possível concluir que $g_1 = g_2 = 5\ m/s^2$, ou seja, no mesmo ponto do espaço que está localizado o objeto de massa de 1 kg, o objeto de massa de 3 kg sente a mesma aceleração que o objeto de massa de 1 kg sente.

Resposta: D

23.

i) De acordo com o enunciado, temos:

$$\begin{cases} \bullet\ \frac{M_{Sol}}{M_{Terra}} = 329390 \\ \bullet\ M_{Terra} = 5{,}983 \cdot 10^{24}\ kg \end{cases}$$

Utilizando esses dados, é possível encontrar o valor da massa do Sol (M_{Sol})

$$\frac{M_{Sol}}{M_{Terra}} = 329390 \rightarrow M_{Sol} = 329390 \cdot M_{Terra} \rightarrow$$

$$M_{Sol} = 329390(5{,}983 \cdot 10^{24} kg)$$

$$\rightarrow \boxed{M_{Sol} = 329390 \cdot 5{,}983 \cdot 10^{24}\ kg}$$

ii) Perceba que a força de atração gravitacional que o Sol exerce sobre a Terra irá atuar como resultante centrípeta. Baseado nisso, temos:

$$F_{Gravitacional} = F_{Centrípeta} \rightarrow \frac{G \cdot M_{Sol} \cdot \cancel{M_{Terra}}}{D^2} = \frac{\cancel{M_{Terra}} V^2}{\cancel{D}}$$

$$\rightarrow \frac{G \cdot M_{Sol}}{D} = V^2 \rightarrow \boxed{D = 149 \cdot 10^6\ km\ \text{(Enunciado)}} \rightarrow 1\ km = 10^3\ m$$

$$\rightarrow D = 149 \cdot 10^9\ m \rightarrow \frac{(6{,}67 \cdot 10^{-11})(329390 \cdot 5{,}983 \cdot 10^{24})}{149 \cdot 10^9}$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{(6{,}67 \cdot 10^{-11})(329390 \cdot 5{,}983 \cdot 10^{24})}{149 \cdot 10^9}} \rightarrow \boxed{V \approx 29702\ m/s}$$

iii) Convertendo m/s para km/h:

$$V \approx 29702\ m/s \rightarrow V \approx 29702 \cdot 3{,}6\ km/h$$
$$\rightarrow \boxed{V \approx 106927\ km/h}$$

Resposta: B

25.

i) De acordo com a Terceira Lei de Kepler, temos que $\boxed{\frac{T^2}{R^3} = K}$, aonde T é o período, R é o raio da órbita e K é uma constante.

ii) Baseado no passo i), podemos encontrar a razão T_2/T_1:

$$K = \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} \rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \rightarrow \frac{r_2}{r_1} = 4\ \text{(Enunciado)}$$

$$\rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = (4)^3 \rightarrow 4 = 2^2 \rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = (2^2)^3$$

$$\rightarrow \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = 2^6 \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{2^6} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 2^3$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{T_2}{T_1} = 8}$$

Resposta: D

25.

I. **Falso**. De acordo com o módulo de estudos, a velocidade orbital do satélite é obtida utilizando a expressão $V = \sqrt{\frac{GM}{T}}$, aonde V é a velocidade do satélite, G é a Constante de Gravitação Universal, M é a massa do planeta (nesse caso é a Terra) e **r** é o raio da órbita. Baseado nisso, temos que, para o satélite A que $VA = \sqrt{\frac{GM}{RA}} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ e para o satélite B que $VB = \sqrt{\frac{GM}{RB}} = \sqrt{\frac{GM}{3R}}$, ou seja, é possível concluir que VA > AB. Porém, perceba que o fato de VA > VB não está relacionado com os valores das massas dos satélites e sim com os valores dos raios de órbitas dos satélites.

II. **Falso**. A energia cinética do satélite A (Aca) é $E_{CA} = \frac{mAVA^2}{2} = \frac{m}{2}\left(\sqrt{\frac{GM}{R}}\right)^2$, ou seja, $E_{CA} = \frac{GMm}{2R}$. De modo análogo, a energia cinética do satélite B(E_{CB}) é $E_{CB} = \frac{mBV_B^2}{2R} = \frac{(3m)}{2}\left(\sqrt{\frac{GM}{2R}}\right)^2$, ou seja, $E_{CB} = \frac{\cancel{3}m \cdot GM}{2 \cdot (\cancel{3}R)}$ e isso equivale a $E_{CB} = \frac{GMm}{2R}$. Portanto, é possível percebe que a energia cinética do satélite A é igual a energia cinética do satélite B.

III. **Falso**. De acordo com a Terceira Lei de Kepler, a razão $\frac{T^2}{r^3}$ equivale a uma constante. Baseado nisso, é possível concluir que o resultado da razão para o satélite A será igual para o satélite B.

IV. **Verdadeiro**. Utilizando o resultado demonstrado na solução do item II, temos que $E_{CA} = E_{CB} = \frac{GMm}{2R}$, ou seja, $\frac{GMm}{R} = 2E_{CA} = 2E_{CB}$. A energia potencial entre o satélite A e a Terra é $EpotA = \frac{-GMm}{R}$, ou seja, EpotA = $-2E_{CA}$. De modo análogo, para o satélite B, temos que $EpotA = \frac{-GM(\cancel{3}m)}{\cancel{3}R} = \frac{-GMm}{R}$, ou seja, EpotB = $-2E_{CB}$.

Resposta: A

Digitador(a).: ESTEFANIA – **Revisora.:** SHERYDA
045.751 – 16052521